Параллельный алгоритм построения вложенных в область работоспособности гиперпараллелепипедов

Д.А. Назаров,
н.с., к.т.н., nazardim@iacp.dvo.ru
ИАПУ ДВО РАН, Владивосток

Исследуется проблема анализа областей работоспособности аналоговых технических систем. Анализ областей работоспособности позволяет решать задачи, нацеленные на повышение надежности технических систем. Одной из задач анализа областей работоспособности является оценка влияния параметрических возмущений на работоспособность системы. Рассматривается задача оценки диапазонов допустимой вариации отельных параметров путем построения вложенных в область гиперпараллелепипедов. Такой подход требует больших вычислительных затрат из-за алгоритма перебора на многомерной сетке. В данной работе рассматривается параллельный алгоритм построения вложенных гиперпараллелепипедов на основе дискретного представления области работоспособности.

The problem of analogous engineering systems acceptability regions analysis is considered. Acceptability region analysis facilitates engineering system design with the account of reliability requirements. One of acceptability region analysis tasks consists in estimating of parametric deviations influence on system operation quality. The task of particular system parameters variation range estimation using the method of inscribed hyper-parallelepipeds into acceptability region is considered. This method requires high computational efforts due to enumeration algorithm on multidimensional grid. In this work, a parallel algorithm of hyper-parallelepipeds inscribed into acceptability region described with a discrete model is proposed.

Задача выбора номинальных значений параметров систем является важным этапом их проектирования. Особую важность эта задача приобретает при проектировании систем ответственного назначения и уникальных технических систем. В рамках этой задачи необходимо оценить влияние параметрического дрейфа и случайных параметрических возмущений на работоспособность всей системы, выявить тенденции этого дрейфа, выбрать номиналы параметров, обеспечивающих выполнение системой возложенных на нее функций. Одним из подходов к решению этой задачи основан на определении характеристик многомерной области в пространстве параметров компонентов системы, при которых система выполняет свои функции в рамках требований спецификации, - области работоспособности (ОР).

Изначальной мотивацией определения характеристик ОР было сокращение вычислительной трудоемкости решения задачи параметрического синтеза с использованием стохастического критерия. В этом случае приходилось выполнять многократные моделирования системы при различных реализациях набора внутренних параметров для проверки соответствия выходных параметров заданным требованиям. Определение характеристик ОР позволяет свести эту задачу только к проверке нахождения заданного вектора внутренних параметров в этой области, избегая трудоемкого расчета модели.

Процедура получения характеристик ОР связана с преодолением ряда трудностей, среди которых основными являются большая размерность пространства параметров, отсутствие априорной информации о конфигурации области (выпуклость, связность) и отсутствие явных зависимостей выходных характеристик от значений внутренних параметров, что характерно для достаточно сложных моделей реальных систем и дает возможность только дискретного поточечного зондирования. Преодоление этих трудностей в различной степени заключено в существующих методах построения ОР.

Получение характеристик ОР позволяет не только избежать многократных моделирований системы при вычислении стохастических показателей надежности, но и открывает пути исследования ее как области допустимой вариации параметров. В качестве дополнения к известным вероятностно-статистическим методам теории надежности могут быть применены детерминированные геометрические методы анализа ОР. Зная тенденции дрейфа внутренних параметров и конфигурацию области, можно выбрать такие начальные значения параметров, которые обеспечат заданный уровень параметрической надежности системы. Геометрический анализ ОР позволяет сделать заключения о величине допустимых отклонений параметров для заданных номиналов, выявить «узкие места» ОР, в которых случайные параметрические возмущения могут привести к отказу.

Одним из способов оценки диапазонов допустимой вариации параметров внутри ОР является метод построения вписанных гиперпараллелепипедов. В работе рассматривается алгоритм построения вписанных гиперпараллелепипедов в ОР на основе модели ее дискретного представления. Показано, что этот алгоритм основан на переборе элементов сетки, на которой строится представление ОР, что обуславливает алгоритмическую сложность. С целью уменьшения времени решения этой задачи в данной работе предложен параллельный алгоритм построения вписанных гиперпараллелепипедов, основанный на декомпозиции данных.

1. Определение области работоспособности

В рамках задачи проектирования рассматривается модель системы, связывающая ее выходные характеристики

$$\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, ..., y_m)^T \qquad (1)$$

с параметрами ее элементов (внутренние парметры):

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)^T \qquad (2)$$

в виде зависимостей

$$y_i = y_i(x), \forall i = 1,2,\ldots,m \,. \qquad (3)$$

На выходные характеристики (1) обычно налагаются ограничения, которые определяют работоспособность системы, и называются условиями работоспособности:

$$y_{i\min} \le y_i(x) \le y_{i\max}, \forall i = 1,2,\ldots,m \,. \qquad (4)$$

Нарушение условий работоспособности (2) квалифицируется как отказ системы. К состоянию отказа приводят изменения значений параметров элементов, которые возникают под влиянием факторов внешней среды и внутренних процессов износа и старения.

В условиях параметрического дрейфа и требований обеспечения параметрической надежности возникает задача выбора таких номинальных значений параметров, которые обеспечили бы выполнение условий работоспособности (2) в течение заданного времени эксплуатации. Эта задача называется задачей параметрического синтеза и формулируется следующим образом [2]:

$$x_{nom} = \arg\max P(\mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t)) \le \mathbf{y}_{\max}, \forall t \in [0,T]), \qquad (5)$$

где $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t)$ – случайный процесс изменения параметров, T – заданное время эксплуатации. Практическое применение критерия (5) требует многократных симуляций системы для вычисления ее выходных характеристик, что требует больших вычислительных затрат, поэтому имеет место следующая его формулировка

$$x_{nom} = \arg\max P(\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t)) \in D_x, \forall t \in [0,T]), \qquad (6)$$

в которой вместо расчета модели и проверки условий работоспособности (4) выполняется проверка нахождения вектора параметров системы внутри области D_x, называемой областью работоспособности (ОР), являющейся отображением условий работоспособности (4) в пространство внутренних параметров системы:

$$D_x = \{x \in R^n \mid y_{i\min} \le y_i(x) \le y_{i\max}, \forall i = 1,2,\ldots,m\}. \qquad (7)$$

Как видно из выражения (7), ОР является множеством точек в пространстве внутренних параметров системы, в которых выходные характеристики (1) удовлетворяют требованиям (4).

Обладание характеристиками ОР позволяет решать ряд задач, направленных на повышение параметрической надежности. Использование ОР в стохастическом критерии задачи параметрического синтеза (6) существенно снижает вычислительную сложность вычисления вероятностных характеристик. Исследование геометрических характеристик ОР дает информацию о допустимых диапазонах вариации параметров под воздействием различных факторов, позволяет выбирать номиналы с учетом известных тенденций дрейфа и имеющихся для этого запасов внутри области или на основе критерия максимальной удаленности точки от границы области [3, 4].

2. Дискретное представление области работоспособности

Для понимания алгоритма построения вписанных в ОР фигур рассмотрим основную концепцию дискретного представления ОР. Для описания характеристик ОР в работе используется дискретная модель, полученная на основе метода многомерного зондирования и представления многомерной области дискретным множеством элементарных гиперпараллелепипедов (ЭГ), заданных узлами регулярной сетки.

Модель дискретного представления ОР задается четверкой, описывающей параметры сетки и состояния индикаторов принадлежности ее элементов ОР:

$$G_R = (n, B, Q, S), \qquad (8)$$

где $\boldsymbol{n}$ – размерность пространства внутренних параметров, $\boldsymbol{B} = \{(x_{i\,min}, x_{i\,max}), \forall i = 1,2,\ldots,n\}$ – ограничивающий гиперпараллелепипед, границы которого определяются производственными допусками или результатом построения описанного параллелепипеда [5]. Параметр $\boldsymbol{Q} = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ модели (8) является вектором, каждый компонент которого представляет количество шагов секи по каждому параметру внутри ограничивающего гиперпараллелепипеда $\boldsymbol{B}$, так, что он разбивается на $\boldsymbol{R} = q_1 \bullet q_2 \bullet \ldots \bullet q_n$ ЭГ, каждый из которых задается набором индексов $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$, $ki = 1,2,\ldots,q_i$ соответствующих интервалов. Параметр $\boldsymbol{S} = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ является множеством состояний каждого отдельного ЭГ, значение каждого из которых может быть $s_i \in \{0,1\}$. Состоянии каждого ЭГ определяется по результату вычисление выходных параметров (1) и проверки условий работоспособности (4) для центральной точки этого ЭГ. Таким образом, дискретная аппроксимация ОР состоит из параметров регулярной сетки и множества состояний ЭГ, порождаемых узлами этой сетки [3, 4, 5]. На рисунке 1 проиллюстрировано дискретное представление ОР на основе регулярной сетки в двумерном случае и хранение индикаторов принадлежности элементов двумерной сетки в одномерном массиве.

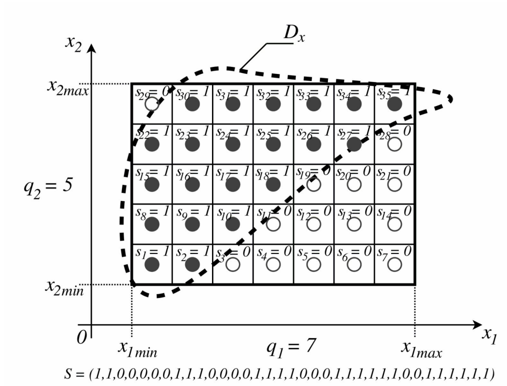

рис. 1 Дискретное представление ОР на основе регулярной сетки

3. Параллельный алгоритм построения вписанных в ОР гиперпараллелепипедов

Для отыскания оптимальных значений параметров по критерию максимального запаса работоспособности с использованием дискретного представления ОР применялись алгоритмы построения вписанного куба и окрестности Мура. Эти фигуры являются симметричными и позволяют найти точку, максимально удаленную от границы ОР [3, 4].

Для оценки запасов по каждому отдельному параметру и получения их соотношений требуется алгоритм построения несимметричных фигур, вписанных в ОР. В качестве таких фигур рассмотрим гиперпараллелепипеды с гранями, параллельными осям координат. Как и симметричные фигуры, эти гиперпараллелепипеды по сути являются множествами ЭГ, принадлежащих дискретному представлению ОР с индексами, удовлетворяющими определенными требованиям для формирования фигуры.

Характерной особенностью алгоритма построения вписанного гиперпараллелепипеда, в отличие от куба, является указание в качестве начального элемента не центрального, а вершинного элемента. Увеличение объема фигуры достигается не итерационным радиальным «наращиванием» посредством увеличения длины ребра, а указанием диагонального элемента, вычисляемого путем последовательного смещения $(\boldsymbol{\delta_1}, \boldsymbol{\delta_2}, \ldots, \boldsymbol{\delta_n})$ индексов относительно начального элемента $(\boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2}, \ldots, \boldsymbol{k_n})$.

Алгоритм состоит в последовательном переборе ЭГ из подмножества аппроксимирующего ОР и попытки для каждого построить вписанный гиперпараллелепипед максимального объема. Для каждого ЭГ с индексами $(\boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2}, \ldots, \boldsymbol{k_n})$ итерационно генерируются смещения $(\boldsymbol{\delta_1}, \boldsymbol{\delta_2}, \ldots, \boldsymbol{\delta_n})$ индексов и определяются максимально возможные длины ребер [6].

Как можно видеть, данный алгоритм является переборным, каждая итерация поиска вписанного гиперпараллелепипеда из новой вершины $(\boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2}, \ldots, \boldsymbol{k_n})$ не зависит от предыдущих и не влияет на последующие итерации. Таким образом, данный процесс можно разбить на параллельно выполняемые задачи SPMD на общей памяти. Разбиение заключается в указании каждому отдельному процессу диапазона индексов ЭГ, для которых выполняется поиск диагональных элементов путем приращения индексов $(\boldsymbol{\delta_1}, \boldsymbol{\delta_2}, \ldots, \boldsymbol{\delta_n})$. После завершения работы каждого процесса, процессу-диспетчеру передается список найденных гиперпараллелепипедов внутри ОР, из которых производится выбор с подходящими для текущей задачи характеристиками (максимальное ребро по какому-либо параметру, максимальный объем и т.п.).

4. Заключение

Рассмотрена задача построения вписанных в область работоспособности гиперпараллеппипедов. Данная задача имеет актуальность при анализе влияния отклонений отдельных параметров на работоспособность системы, ее устойчивость к параметрическим возмущениям. Рассмотрен алгоритм построения вписанных гиперпараллелепипедов на основе дискретного представления областей работоспособности. Показано, что данный алгоритм заключается в полном переборе элементов, аппроксимирующих область, и для ускорения выполнения этой задачи возможно разбить ее на параллельно выполняемые процессы. Описан основной принцип декомпозиции задачи для ее решения с использованием параллельных вычислений.

Результаты получены с использованием оборудования ЦКП "Дальневосточный вычислительный ресурс" ИАПУ ДВО РАН (https://cc.dvo.ru).

Литература

1. Абрамов О.В. Возможности и перспективы функционально-параметрического направления теории надежноси // Информатика и системы управления. – 2014. – № 4(42). С. 53–66.
2. Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. – М.: Наука, 1992.
3. Назаров Д.А. Использование областей работоспособности для оптимального выбора номиналов параметров // Информатика и системы управления. – 2011. – № 2(10). С. 59-69.
4. Катуева Я.В., Назаров Д.А. Методы параметрического синтеза на основе сеточного представления области работоспособности // Информационные технологии. – 2015. - № 9. С. 651-656.
5. Катуева Я.В., Назаров Д.А. Алгоритмы анализа области работоспособности, заданной в матричной форме // Информатика и системы управления. – 2005. - № 2(10). С. 118 -128.

6. Назаров Д.А. Подход к анализу параметрической чувствительности систем на основе дискретного представления областей работоспособности // Информатика и системы управления. – 2017. – № 4(54). С. 94-104.