Российская ассоциация искусственного интеллекта

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

The Institute of Information and Communication Technologies at the Bulgarian Academy of Sciences

16 НАЦИОНАЛЬНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИСКУССТВЕННОМУ ИНТЕЛЛЕКТУ

КИИ–2018

ТРУДЫ КОНФЕРЕНЦИИ

ТОМ 2

Москва
2018

УДК 004.8+004.89+004.82+004.032.26(045)
ББК 32.813(2А/Я)я43

Организаторы конференции:
Российская ассоциация искусственного интеллекта
ФГБУ Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН
ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
The Institute of Information and Communication Technologies at the Bulgarian Academy of Sciences

Конференция проводится при финансовой поддержке
Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»
Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-20067)

Шестнадцатая Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2018 (24–27 сентября 2018 г., г. Москва, Россия). Труды конференции. В 2-х томах. Т 2. – М.: РКП, 2018. – 287 с.

Во втором томе трудов публикуются доклады участников конференции, представленные на следующих секциях:
Секция 6. «Классификация, распознавание и диагностика»,
Секция 7. «Когнитивные исследования и психологические аспекты искусственного интеллекта»,
Секция 8. «Моделирование рассуждений и неклассические логики»,
Секция 9. «Нечеткие модели и мягкие вычисления»,
Секция 10. «Нейросетевые методы и нейроинформатика»,
Секция 11. «Прикладные интеллектуальные системы».

ISBN 978-5-600-02247-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Перед Вами труды 16-й Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием.

Организаторами конференции являются ФИЦ ИУ РАН совместно с ИПУ РАН, Высшей школой экономики и Общероссийской общественной организацией Российской ассоциацией искусственного интеллекта. Конференция имеет 30-летнюю историю – первая такая конференция прошла в 1988 году в Переславле-Залесском и с тех пор проходит регулярно один раз в два года.

Начиная с 2006 года организатором этой конференции являлся ИСА РАН.

Тематика конференции включает такие актуальные научные проблемы как интеллектуальный анализ данных, логические теории пространства-времени, моделирование рассуждений, моделирование поведения, интеллектуальные системы управления роботов и их коалиций, машинное обучение и другие.

На конференцию принято 127 докладов из 232, полученных организаторами, главным образом, сотрудников академических институтов и высших учебных заведений, а также некоторых отраслевых институтов из Москвы, Санкт Петербурга, Калининграда, Апатитов, Твери, Смоленска, Нижнего Новгорода, Белгорода, Таганрога, Ростова-на-Дону, Воронежа, Самары, Саратова, Казани, Ульяновска, Калуги, Уфы, Екатеринбурга, Томска, Красноярска, Новосибирска, Иркутска, Хабаровска, Владивостока.

На конференцию, кроме того, были поданы доклады участников из Беларуси, Украины, Азербайджана, Армении, Вьетнама, Таиланда, Эквадора.

Всего предполагается более 200 участников.

В Национальный и Международный программный комитеты конференции входят известные российские и зарубежные специалисты в области искусственного интеллекта.

На конференции будут прочитаны пленарные доклады видных специалистов в области искусственного интеллекта.

Все присланные доклады прошли рецензирование либо членами программных комитетов конференции, либо приглашёнными специалистами в области искусственного интеллекта (не менее двух), которым организаторы конференции выражают свою благодарность. Окончательное решение о приёме докладов было принято на специальном заседании Национального программного комитета конференции. Мы надеемся, что проведение этой конференции даст новый стимул развитию исследований в области искусственного интеллекта.

Организаторы конференции выражают особую благодарность В.В. Борисовуи К.П. Коршуновой за активное участие в формировании и подготовке настоящих трудов к печати.

О.П. Кузнецов,
Г.С. Осипов

Со-председатели конференции

Соколов И.А., академик РАН, ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Васильев С.Н., академик РАН, ИПУ РАН, г. Москва
Осипов Г.С., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва

Национальный программный комитет КИИ-2018

Кузнецов О.П., д.т.н., проф., ИПУ РАН, г. Москва (председатель)
Аверкин А.Н., к.ф-м.н., доцент, ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Вагин В.Н., д.т.н., проф., НИУ МЭИ, г. Москва
Гаврилова Т.А., д.т.н., проф., СПбГУ, г. Санкт-Петербург
Голенков В.В., д.т.н., проф., БГУИР, г. Минск
Еремеев А.П., д.т.н., проф., НИУ МЭИ, г. Москва
Карпов В.Э., к.т.н., доцент, НИЦ Курчатовский институт, г. Москва
Кобринский Б.А., д.м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Кузнецов С.О., д.ф.-м.н., проф., НИУ ВШЭ, г. Москва
Михеенкова М.А., д.т.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Палюх Б.В., д.т.н., проф., ТвГТУ, г. Тверь
Панов А.И., к.ф-м.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Петровский А.Б., д.т.н., проф., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Поспелов Д.А., д.т.н., проф., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Ройзензон Г.В., к.т.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Рыбина Г.В., д.т.н., проф., НИЯУ МИФИ, г. Москва
Стефанюк В.Л., д.т.н., проф., ИППИ РАН, г. Москва
Тарасов В.Б., к.т.н., доцент, МГТУ, г. Москва
Сулейманов Д.Ш., академик АН РТ, ИПС АН РТ, г. Казань
Тельнов Ю.Ф., д.э.н., проф., МЭСИ, г. Москва
Федунов Б.Е., д.т.н., проф., РосНИИ АС, г. Москва
Финн В.К., д.т.н., проф., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Фоминых И.Б., д.т.н., проф., НИУ МЭИ, г. Москва
Хорошевский В.Ф., д.т.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Яковлев К.С., к.ф-м.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва

Международный программный комитет КИИ-2018

Vadim Stefanuk, Institute for Information Transmission Problems, Russia (chair)
Alexey Averkin, FRC «Computer Science and Control» RAS, Russia
Franz Baader, Dresden University of Technology, Germany
Ildar Batyrshin, Instituto Politecnico Nacional, Mexico
Gerhard Brewka, University of Leipzig, Germany
Yves Demazeau, Laboratoire d'Informatique de Grenoble, France
Tatyana Gavrilova, St. Petersburg University, Russia
Vladimir Golenkov, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Belarus
Georg Gottlob, University of Oxford, England
Valeriya Gribova, Institute for Automation and Control Processes, Russia
Vladimir Khoroshevsky, FRC «Computer Science and Control» RAS, Russia
Alexander Kolesnikov, Kaliningrad branch of FRC CSC RAS, Russia
Sergey Kovalev, Rostov State Railway University, Russia
Alla Kravets, Volgograd State University, Russia
Sergei Kuznetsov, National Research University Higher School of Economics, Russia
Vladimir Pavlovsky, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russia
Leonid Perlovsky, Harvard University, USA
Alexey Petrovsky, FRC «Computer Science and Control» RAS, Russia
Yuri Popkov, FRC «Computer Science and Control» RAS, Russia
Vasil Sgurev, Inst. of Information and Communication Technologies, Bulgaria
Shahnaz Shahbazova, Azerbaijan Technical University, Azerbaijan

Оргкомитет КИИ-2018:

Кузнецов С.О., д.ф.-м.н., проф., НИУ ВШЭ, г. Москва (председатель)
Антропова Л.И., НИУ ВШЭ
Панов А.И., к.ф.-м.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Суворова М.И., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва
Чурашова С.С., НИУ ВШЭ, г. Москва
Яковлев К.С., к.ф.-м.н., ФИЦ ИУ РАН, г. Москва

УДК 004.89

КОНЦЕПЦИЯ ОБОЛОЧКИ ДЛЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ СИСТЕМ ВЕРИФИКАЦИИ ИНТУИТИВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ[1]

А.С. Клещёв (*kleschev@iacp.dvo.ru*)
В.А. Тимченко (*vadim@dvo.ru*)
Институт автоматики и процессов управления
ДВО РАН, Владивосток

Представлена концепция программной оболочки для интерактивных систем верификации интуитивных математических доказательств. Рассмотрена приближенная к математической практике конструирования доказательств формально-логическая система, которая может быть положена в основу такой оболочки, и представлены механизмы её расширения. Описаны языки для представления баз формализованных математических знаний и способов рассуждений, а также модель полных доказательств.

Ключевые слова: верификация интуитивных доказательств, логическое исчисление, база формализованных способов рассуждений, база математических знаний, модель доказательств

Введение

Верификация интуитивных доказательств теорем является одной из важнейших задач в математических исследованиях [Maric, 2015]. Доказательства, публикуемые в математической литературе, в теории доказательств получили название интуитивных. Правильным доказательством может считаться только полное доказательство, выполненное в рамках формальной системы, для которой справедливо утверждение о том, что если для математического утверждения может быть построено доказательство, то оно истинно [Мендельсон, 1976]. Однако в математической практике такие доказательства не строятся в силу их громоздкости. В 1994 году был опубликован QED-манифест [QED, 1994], в котором выдвинуты амбициоз-

[1] Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты №№ 17-07-00299, 18-07-01079) и КПФИ «Дальний Восток» (проект 18-5-078).

ные цели – построение корпуса механически верифицированной математики, в том числе формализации математических доказательств, и проверки их правильности.

Перспективным направлением для обеспечения правильности интуитивных доказательств является разработка программных оболочек для создания *систем поддержки построения доказательств* (СППД) (PVS, Twelf, Coq, HOL Light, Isabelle/HOL, LCF и др.) [Maric, 2015; Asperti, 2009; Harrison et al., 2014]. В них предлагаются метаязыки для формализации математических знаний и дедуктивных систем. В качестве метаязыков обычно используются языки, основанные на функционально-императивной парадигме либо на некотором варианте логики предикатов высших порядков, или типизированном λ-исчислении с полиморфной системой зависимых типов, общепринятым синтаксисом арифметических, теоретико-множественных и, возможно, иных выражений. Достоинством разработанных СППД является то, что для используемых в них формальных систем справедливо утверждение о том, что истинность математического утверждения следует из возможности построения его доказательства. Многие из современных СППД успешно применялись для верификации доказательств сложных теорем [Maric, 2015].

Однако существующие СППД до сих пор невостребованы большинством математиков. Это подтвердил опубликованный в 2007 году пересмотренный манифест [Wiedijk, 2007], в котором сказано, что за время, прошедшее с момента опубликования исходного манифеста, не было сделано существенного продвижения в достижении его целей. Там же указывалась и одна из основных причин этого: формализованная математика совершенно непохожа на реальную. Основное препятствие к широкому использованию СППД состоит в том, что в них используются формальные системы, далекие от представлений математиков, выполняющих такую работу. Формализация теорем и их доказательств остается сложным процессом: по-прежнему существует «крутая кривая» обучения, отражающая сложности принятия математическим сообществом такого стиля работы с доказательствами [Maric, 2015].

В цикле работ [Гаврилова и др., 2006] для верификации математических доказательств была высказана идея приближения формальной модели, лежащей в основе СППД, к математической практике. В настоящей работе описываются концепция программной оболочки для систем верификации интуитивных математических доказательств, а также приближенная к математической практике конструирования доказательств формальная система и механизмы её расширения, которые могут быть положены в основу такой оболочки.

1. Концепция оболочки

Как известно, математический диалект и способы математических рассуждений не только не являются фиксированными, явно описанными, но и продолжают развиваться по мере развития математики. Поэтому нет никакой возможности построить такую фиксированную формальную систему, которую можно было бы положить в основу СППД, и «проекция» с языка математического диалекта на которую не была бы чрезвычайно громоздкой и сложно осуществимой для большинства математиков. Чтобы иметь возможность приближать формальные системы к математической практике, они должны быть расширяемыми. При этом возможность их расширять должны иметь не только разработчики СППД, но прежде всего пользователи таких систем – члены математического сообщества.

Одним из способов обеспечения такой возможности является разработка для них программной оболочки, которая позволяла бы создавать прикладные СППД, в основу которых уже положено *ядро* формальной системы, приближенной к математической практике, и предоставляла бы *механизмы расширения* этой системы. Расширяемыми и изменяемыми должны быть следующие компоненты формальных систем: *язык представления математических знаний*, на котором описываются аксиомы, теоремы, леммы, определения, и *множество формализованных способов рассуждений*, доступных математику при построении доказательств теорем. Для этого способы рассуждения должны быть представлены явно, а *язык представления формализованных способов рассуждений* также должен быть расширяемым.

Для обеспечения расширяемости формальных систем при их разработке используется подход, основанный на контекстно-зависимых грамматиках и онтологиях. Расширяемость достигается за счет того, что контекстно-зависимые грамматики абстрактного синтаксиса языков представления математических знаний и формализованных способов рассуждений имеют в СППД явное декларативное представление, специфицированное в соответствии с метамоделью [Gribova et al., 2015a; Gribova et al., 2015b; Грибова и др., 2016]. Благодаря этому, во-первых, способы рассуждений имеют в СППД явное декларативное представление, и, следовательно, пользователи могут изменять их множество, а также сами способы рассуждений; во-вторых, пользователи имеют возможность включать в грамматику языка представления математических знаний новые правила либо модифицировать существующие. Это же относится и к контекстным условиям.

Остальные разделы посвящены краткому описанию формальной системы, которая может быть положена в основу прикладных СППД (создаваемых с использованием оболочки) и механизмов её расширения. Как и всякая формально-логическая модель, описываемая формальная система должна определять язык для представления математических знаний и согласованное с этим языком исчисление, в котором должны строиться правильные полные доказательства. Определение исчисления включает в себя определение методов доказательства математических утверждений; способов рассуждений, доступных математику в процессе конструирования доказательств теорем, и языка для их представления; модели полных доказательств.

2. Язык представления математических знаний

Математическое утверждение имеет вид: $(v_1: t_1) \ldots (v_n: t_n) f$. Здесь f – математическая формула, содержащая вхождения предметных переменных $v_1, \ldots, v_n$, а $(v_i: t_i)$ $(i = 0, \ldots, n)$ – описание предметной переменной v_i, t_i – математический терм, задающий область возможных значений переменной v_i.

Выделяются следующие типы формул: равенство и неравенство термов; арифметические отношения над числовыми термами; теоретико-множественные отношения над термами; формулы с пропозициональными связками; кванторные формулы; аппликация предиката. Выделяются следующие типы термов: арифметические термы; различные виды интервалов, а также множеств, которые они образуют; кванторные термы; термы-операции над множествами, а также обозначения некоторых фиксированных множеств; термы, связанные с отображениями; условный терм, моделирующий конструкцию: «если f_1, то t_1, … если f_n, то t_n».

Расширение *языка представления математических утверждений* обеспечивается добавлением новых видов термов и формул. Оно состоит в добавлении новой конструкции в грамматику языка, описании абстрактного синтаксиса этой новой конструкции, добавлении нужных правил в текстовую грамматику языка, а также, возможно, описании связанных с новой конструкцией контекстных условий.

Расширение *базы математических знаний* состоит в добавлении новых математических знаний – определений, аксиом, теорем и лемм в существующие в базе разделы математики; а также в создании новых разделов/подразделов математики и наполнении их соответствующими математическими знаниями.

3. Методы доказательств

Исчисление, в рамках которого строятся доказательства, включает методы доказательства *целей*, основанные на трёх правилах. *Цель* представляет собой пару: *математическое утверждение* и, возможно пустой, *список предположений* – множество математических утверждений, из справедливости которых следует справедливость данного утверждения. Под *справедливым утверждением* будем понимать математическую аксиому, определение, доказанную теорему/лемму, либо *способ рассуждения* (см. раздел 4).

1. Правило доказательства импликации (***естественного вывода***). Позволяет свести доказательство цели, *математическое утверждение* которой имеет форму импликации f_1 & … & $f_k \Rightarrow f$, а *список предположений* есть $p_1, \ldots, p_n$ ($n \geq 0$), к доказательству цели, *математическое утверждение* которой есть заключение этой импликации – f, а *список предположений* есть $p_1, \ldots, p_n, f_1, \ldots, f_k$.

2. Правило унификации. Если φ справедливое утверждение, и существует подстановка θ вместо переменных, входящих в φ, такая, что результат применения этой подстановки к φ совпадает с *математическим утверждением* f доказываемой цели или синтаксически эквивалентен f, то f справедливо. *Список предположений* цели является пустым.

3. Modus ponens (***правило отделения***), используемое для *декомпозиции цели*, *декомпозиции предположения* цели, или для *вывода*.

3.1. *Декомпозиция цели*. Если требуется доказать цель, *список предположений* которой есть $p_1, \ldots, p_n$, ($n \geq 0$), а *математическое утверждение* f унифицируемо с заключением справедливого утверждения, имеющего вид φ_1 & ... & $\varphi_m \Rightarrow \varphi$, и θ – унификатор f и φ, то это доказательство сводится к доказательству целей, *математические утверждения* $f_1, \ldots, f_m$ которых являются соответственно результатами применения θ к утверждениям в условии этой импликации $f_1 = \varphi_1\theta, \ldots, f_m = \varphi_m\theta$, а *список предположений* каждой цели есть $p_1, \ldots, p_n$.

3.2. *Декомпозиция предположения*. Если требуется доказать цель, *математическое утверждение* которой есть f, а *список предположений* есть $p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_n$ ($n \geq 1$), и предположение p_i унифицируемо с правой частью равносильности φ справедливого утверждения, имеющего вид $\varphi_1 \mid \ldots \mid \varphi_m \Leftrightarrow \varphi$ ($\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_m \Leftrightarrow \varphi$), ($m \geq 2$), а θ – унификатор p_i и φ, то это доказательство сводится к доказательству m целей, у которых *математическое утверждение* есть f, а *списки предположений* суть $p_1, \ldots, pp_1, \ldots, p_n$, где pp_1 является результатом применения θ к φ_1; …; $p_1, \ldots, pp_m, \ldots, p_n$, где pp_m является результатом применения θ к φ_m.

3.3. *Вывод*, представляющий собой последовательность *шагов вывода*. *Шаг вывода* состоит в следующем. Пусть математическое утверждение f_i ($i = 1, \ldots, m$) является аксиомой, либо определением, либо доказанной теоремой, либо утверждением из списка предположений доказываемой цели, либо результатом одного из предыдущих шагов вывода. Тогда если утверждение f_1 & ... & f_m унифицируемо с условием справедливого утверждения, имеющего вид φ_1 & ... & $\varphi_m \Rightarrow \varphi$, а θ – унификатор f_1 & ... & f_m и φ_1 & ... & φ_m, то верно утверждение f, являющееся результатом применения θ к φ (*результат шага вывода*).

Цель считается доказанной, если результатом последнего шага вывода является утверждение, совпадающее с *математическим утверждением* цели, или синтаксически эквивалентное ему. В случае *декомпозиции цели* (***3.1***) и в *выводе* (***3.3***) варианты применения ***Modus ponens*** могут быть обобщены на случай, когда импликация заменена равносильностью.

4. Формализованные способы рассуждений

Способы рассуждений, используемые в методах доказательств, делятся на *два класса*: с опорой на пропозициональные тавтологии, лежащие в основе логических рассуждений; с опорой на математические принципы и утверждения о синтаксических преобразованиях математических выражений, свойствах логических и нелогических кванторов. Эти способы рассуждений представлены явно пропозициональными формулами, являющимися тавтологиями, и метаматематическими утверждениями соответственно. Метаматематические утверждения считаются правильными, если их достоверность установлена на основе интуитивного или конвенционального критерия. *Метаматематическое утверждение* имеет вид: $(v_1\colon t_1) \ldots (v_n\colon t_n)\ \boldsymbol{t_1} \ldots \boldsymbol{t_k}\ \boldsymbol{f_1} \ldots \boldsymbol{f_s}\ \boldsymbol{i_1} \ldots \boldsymbol{i_p}\ \boldsymbol{r_1} \ldots \boldsymbol{r_q}\ f$. Здесь f – математическая формула, содержащая вхождения предметных переменных $v_1, \ldots, v_n$, а также вхождения синтаксических переменных $\boldsymbol{t_1}, \ldots, \boldsymbol{t_k}$ типа $\boldsymbol{t}$, синтаксических переменных $\boldsymbol{f_1}, \ldots, \boldsymbol{f_s}$ типа $\boldsymbol{f}$, синтаксических переменных $\boldsymbol{i_1}, \ldots, \boldsymbol{i_p}$ типа $\boldsymbol{i}$ и синтаксических переменных $\boldsymbol{r_1}, \ldots, \boldsymbol{r_q}$ типа $\boldsymbol{r}$. При этом $(v_i\colon t_i)$ $(i = 0, \ldots, n)$ – описание предметной переменной v_i, t_i – математический терм, задающий область возможных значений предметной переменной v_i; $\boldsymbol{t_1} \ldots \boldsymbol{t_k}$ – описания синтаксических переменных типа $\boldsymbol{t}$ $(k \geq 0)$, значениями которых являются термы; $\boldsymbol{f_1} \ldots \boldsymbol{f_s}$ – описания синтаксических переменных типа $\boldsymbol{f}$ $(s \geq 0)$, значениями которых являются формулы; $\boldsymbol{i_1} \ldots \boldsymbol{i_p}$ – описания синтаксических переменных типа $\boldsymbol{i}$ $(p \geq 0)$, значениями которых являются целочисленные константы; $\boldsymbol{r_1} \ldots \boldsymbol{r_q}$ – описания синтаксических переменных типа $\boldsymbol{r}$ $(q \geq 0)$, значениями которых являются вещественные константы; где $k + s + p + q > 0$.

Метаязык получается расширением конструкций «*формула*» и «*терм*» этого языка. Конструкция «*формула*» расширяется добавлением двух альтернатив: «*синтаксическая переменная типа **f***» и «*модифицированная синтаксическая переменная типа **f***». Конструкция «*терм*» расширяется добавлением четырех альтернатив: «*синтаксическая переменная типа **i***», «*синтаксическая переменная типа **r***», «*синтаксическая переменная типа **t***» и «*модифицированная синтаксическая переменная типа* ***t***». Модифицированная синтаксическая переменная кроме названия содержит модификатор. Модификатор состоит из элементов модификатора, каждый из которых может быть термом или формулой. Значением такой синтаксической переменной является синтаксическая конструкция, соответствующая типу синтаксической переменной, но содержащая формальные параметры. Каждому элементу модификатора соответствует свой формальный параметр, который может входить в значение синтаксической переменной один или более раз. Элементы модификаторов с одним порядковым номером в разных вхождениях модифицированной синтаксической переменной в одно и то же метаматематическое утверждение соответствуют одному и тому же формальному параметру. Сами элементы модификатора являются фактическими параметрами. Значением вхождения модифицированной синтаксической переменной в метаматематическое утверждение является значение этой синтаксической переменной, в котором все формальные параметры заменены фактическими.

Определение метаязыка как *надстройки* над языком представления математических утверждений является достаточным условием для того, чтобы метаязык ***расширялся автоматически*** при расширении языка представления математических знаний. Это справедливо в силу способа определения конструкций «*формула*» и «*терм*» метаязыка – через одноимённые конструкции языка представления математических знаний, которые расширены соответствующими синтаксическими переменными. Таким образом, расширение этих двух языков происходит *одновременно*.

База формализованных способов рассуждений состоит из множества способов рассуждений, моделируемых пропозициональными тавтологиями, и множества способов рассуждений, моделируемых метаматематическими утверждениями. ***Расширение*** базы формализованных способов рассуждений состоит в расширении этих множеств. При этом новые пропозициональные формулы включаются в соответствующее множество только в случае успешной автоматической проверки их общезначимости.

5. Модель полных доказательств

Полное доказательство является синтаксической структурой, которая представляет собой множество связанных определенным образом *целей*. Первой целью является доказываемая *теорема*/*лемма*, у которой список предположений отсутствует. С каждой целью связан *метод* её *доказательства*. Множество допустимых методов доказательства цели является несобственным подмножеством множества методов, описанных в разделе 3. Число методов в нём может варьироваться от трех до пяти – в зависимости от синтаксической формы утверждения цели (имеет ли оно форму импликации или нет) и наличия или отсутствия у неё предположений. Синтаксическая структура каждого метода доказательства основана на его семантике (см. раздел 3). В случае использования правила ***Modus ponens*** для *декомпозиции цели* или *вывода*, учитывается вид *справедливого утверждения* – импликация или равносильность, и правила выбора значений для посылок.

Заключение

В работе представлена концепция программной оболочки для систем верификации интуитивных математических доказательств, рассмотрены приближенная к математической практике конструирования доказательств формально-логическая система, которая может быть положена в основу такой оболочки, и механизмы её расширения. Описаны языки для представления баз формализованных математических знаний и способов рассуждений, а также модель полных доказательств. Язык представления способов рассуждений состоит из двух подъязыков: языка представления пропозициональных тавтологий и метаязыка.

Средства расширения имеет только язык представления математических знаний. Метаязык расширяется автоматически при его расширении. Расширяемость языка представления математических знаний обеспечивается расширяемостью множества определений, позволяющих вводить новые термины для обозначения определяемых понятий, а также расширяемостью его грамматики. Расширяемость грамматики достигается благодаря средствам, позволяющим описать синтаксис новых конструкций языка, а также, при необходимости, контекстные условия. Исчисление, в рамках которого строятся доказательства, представлено явно и является расширяемым.

Заметим, что для формальной системы с расширяемым исчислением справедливость теоремы о следствии истинности математического утверждения из его доказуемости не гарантируется. Эта проблема может быть адресована специалистам по математической логике, задачей которых является верификация предлагаемых математиками способов рассуждений на метаязыке. В результате среди метаматематических утверждений может быть выделен класс аксиом, а остальные классифицированы, как требующие доказательства, либо как неверные.

Полученные в ходе исследований результаты могут быть использованы в проекте по разработке QED-системы и в проектах управляемых интерактивных СППД, являющихся приближениями к этому проекту.

Список литературы

[Гаврилова и др., 2006] Гаврилова Т.Л., Клещёв А.С. Внутренняя модель математической практики для систем автоматизированного конструирования доказательств теорем // Проблемы управления, 2006, № 4, Ч. 1; № 5, Ч. 2; № 6, Ч. 3.

[Грибова и др., 2016] Грибова В.В., Клещев А.С., Москаленко Ф.М., Тимченко В.А., Федорищев Л.А., Шалфеева Е.А. Платформа для разработки облачных интеллектуальных сервисов // XV Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2016. Труды конференции. Т.1. – Смоленск: Универсум, 2016.

[Мендельсон, 1976] Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1976.

[Asperti, 2009] Asperti A. A Survey on Interactive Theorem Proving. 2009. – http://www.cs.unibo.it/~asperti/SLIDES/itp.pdf.

[Gribova et al., 2015a] Gribova V.V., Kleshchev A.S., Moskalenko F.M., Timchenko V.A. A Two-level Model of Information Units with Complex Structure that Correspond to the Questioning Metaphor // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. 2015. Vol. 49. No. 5.

[Gribova et al., 2015b] Gribova V.V., Kleshchev A.S., Moskalenko F.M., Timchenko V.A. A Model for Generation of Directed Graphs of Information by the Directed Graph of Metainformation for a Two-Level Model of Information Units with a Complex Structure // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. 2015. Vol. 49, No. 6.

[Harrison et al., 2014] Harrison J., Urban J., Wiedijk F. History of Interactive Theorem Proving // In Jörg Siekmann (ed.), Handbook of the History of Logic. 2014. Vol. 9: Computational Logic. Elsevier. 2014.

[Maric, 2015] Maric F. A Survey of Interactive Theorem Proving // Zbornik Radova. 2015. 18(26).

[QED, 1994] The QED Manifesto // Automated Deduction, Springer-Verlag, Lecture Notes in Artificial Intelligence. 1994. Vol. 814. – http://www.cs.ru.nl/~freek/qed/qed.html.

[Wiedijk, 2007] Wiedijk F. The QED Manifesto Revisited // Studies in Logic, Grammar and Rhetoric. 2007. Vol. 10. – http://mizar.org/trybulec65/8.pdf.

Научное издание

Сборник трудов
XVI Национальной конференции по искусственному интеллекту
с международным участием (КИИ-2018)
Сборник трудов в 2-х томах
Том 2

Подписано в печать 27.08.2018 г.
Формат 60x84$^{1}/_{16}$. Тираж 300 экз. Усл. печ. л. 16,68.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20, тел.: 8 (495) 772-95-90 доб. 15285

ISBN 978-5-600-02247-8