УДК 681.5.015.23

РЕАЛИЗАЦИЯ КРИТЕРИЯ ЗАПАСА РАБОТОСПОСОБНОСТИ МЕТОДОМ ВПИСЫВАНИЯ КУБА МАКСИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА

Д.А. Назаров
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН
Россия, 690041, Владивосток, Радио 5
E-mail: nazardim@iacp.dvo.ru

Ключевые слова: параметрическая оптимизация, область работоспособности, надежность, проектирование

В работе рассматривается проблема выбора номинальных значений параметров элементов сложных технических систем при отсутствии информации о закономерностях их дрейфа. Рассматривается один из методов, реализующих критерий запаса работоспособности на основе построения вписанного в область допустимых значений параметров гиперкуба максимального объема. Предложенный метод основан на использовании сеточного представления области допустимых значений.

Введение

Одним из важных этапов проектирования сложных технических устройств является выбор номинальных значений параметров схемных элементов [1, 2]. Для выбора номинальных значений этих параметров с учетом дрейфа их значений и требований надежности к проектируемому устройству необходимо знать тенденции этих отклонений. На начальных этапах проектирования закономерности дрейфа параметров неизвестны, поэтому считается целесообразным указание таких номинальных значений, которые максимально удалены от границы области допустимой совместной вариации значений параметров [3].

1. Постановка задачи выбора оптимальных значений параметров

1.1. Постановка задачи параметрического синтеза

Задача параметрического синтеза (ПС) технических устройств и систем [1] состоит в выборе номинальных значений параметров элементов (далее *внутренних параметров*) исследуемого устройства

$$\vec{x}_{nom} = (x_{1_{nom}},\ x_{2_{nom}},\ \ldots,\ x_{n_{nom}})^T,$$

которые обеспечивают максимум вероятности нахождения параметров элементов в области их допустимых значений при наличии параметрических возмущений:

$$\vec{x}_{nom} = \arg\max \ P\{\vec{X}(\vec{x}_{nom},\ t) \in \mathbb{D}_x, \forall t \in [0,\ T]\}, \tag{1}$$

где $\vec{X}(\vec{x}_{nom},\ t)$ - случайный процесс изменения параметров, $\mathbb{D}_x$ - область допустимой вариации значений параметров элементов - *область работоспособности* (ОР), T - заданное время эксплуатации устройства.

Область работоспособности в пространстве внутренних параметров определяется *условиями работоспособности* (УР), которые задаются в виде допусков на выходные параметры системы $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$:

$$\vec{y}_{min} \le \vec{y}(\vec{x}(t)) \le \vec{y}_{max}, \tag{2}$$

где $\vec{y}(\vec{x}(t))$ - математическая модель исследуемой системы, определяющая зависимость выходных параметров от входных в виде непрерывных зависимостей. Для сложных систем задание модели в аналитическом виде очень затруднено, поэтому наиболле распространенным является задание ее в алгоритмическом виде. Учитывая сказанное, область работоспособности в пространстве значений внутренних параметров исследуемой системы определяется как множество точек этого пространства, в которых выполняется УР (2):

$$\mathbb{D}_x = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n \ \mid \ \vec{y}_{min} \ \le \ \vec{y}(\vec{x}) \ \le \ \vec{y}_{max}\}, \tag{3}$$

Наличие данных о конфигурации области $\mathbb{D}_x$ позволяет осуществлять назначение допусков на внутренние параметры, выбирать номинальные значения этих параметров с учетом влияния различных факторов с оптимизацией как по стохастическим, так и по детерминированным критериям.

В случае отсутствия априорной информации о законах изменения значений внутренних параметров, что случается, как правило, на начальных этапах проектирования, вектор номинальных параметров предлагается выбирать в точке $\vec{x}_o \in \mathbb{D}_x$ ОР, максимально удаленной от ее границы. Такое расположение вектора начальных значений параметров обеспечит некоторый «запас» работоспособного состояния при дефиците исходной информации об изменениях значений параметров в процессе эксплуатации. Тогда, очевидно, решением поставленной задачи будет множество $\mathbb{D}_o \subset \mathbb{D}_x$ точек в области $\mathbb{D}_x$, которые являются центрами вписанных в эту область n-мерных шаров максимального объема (рис. 1).

В каждой точке $\vec{x} \in \mathbb{D}_x$ можно построить множество шаров с радиусами r от $\vec{x}$ до всех точек границы этой области и объемами $V(\vec{x},\ r)$. Шар, целиком лежащий в ОР, имеет минимальный объем (радиус), т.е. $V_x = \min_r \ V(\vec{x},\ r)$ и представляет собой запас для возможного дрейфа значений внутренних параметров. Искомое множество $\mathbb{D}_{opt}$ состоит из центральных точек шаров с максимальными объемами, т.е.

$$\mathbb{D}_{opt} = \{\vec{x} \in \mathbb{D}_x \mid \max_{\vec{x} \in \mathbb{D}_x} V_x\}. \tag{4}$$

Другими словами, множество $\mathbb{D}_{opt}$ состоит из таких точек $\mathbb{D}_x$, для которых выполняется

$$\max_{\vec{x} \in \mathbb{D}_x} \min_r \ V(\vec{x},\ r), \tag{5}$$

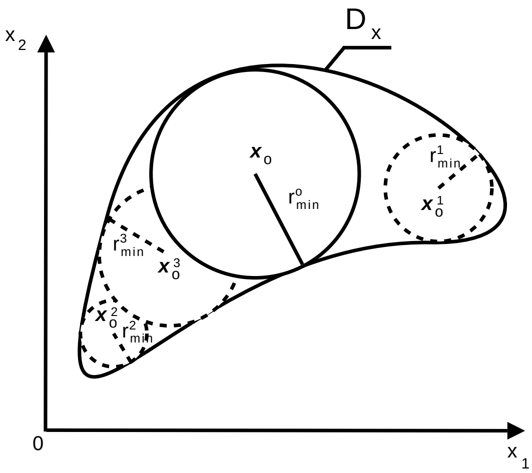


Рис. 1. Выбор параметров, максимально удаленных от границы ОР в двумерном случае

что означает максимальный запас для возможного дрейфа параметров и выражает критерий максимального запаса работоспособности (МЗР).

В большинстве случаев проблема решения задачи ПС связана с отсутствием данных о конфигурации ОР, что существенно затрудняет процесс выбора оптимальных значений номиналов. Предложенный в данной работе алгоритм выбора номинальных значений параметров по критерию МЗР основан на сеточном представлении ОР, рассмотрение которого предваряет описание алгоритмов, которым посвящена данная работа.

1.2. Сеточное представление области работоспособности

Среди различных способов приближения ОР известными фигурами, таких как вписанные и описанные параллелепипеды, эллипсоиды или их комбинациями, в данной работе используется сеточное представление ОР, основанное на *методе матричных испытаний* [4]. Изначально метод матричных испытаний был разработан для физического моделирования процесса изменения значений параметров схемных элементов, однако его реализация с привлечением ЭВМ широкого распространения не получила из-за проблемы, связанной с вычислительной сложностью выполнения полного перебора.

Согласно методу матричных испытаний, заданный диапазон возможного изменения каждого параметра

$$a_i^x \le x_i \le b_i^x, \tag{6}$$

разбивается эквидистантно на q_i отрезков - квантов $k_i = 1, 2, \ldots, q_i,\ i = 1, 2, \ldots, n$, в центре каждого из которых выбирается «точка-представитель»:

$$c_i^{k_i} = \frac{a_i^{k_i} + b_i^{k_i}}{2}, \tag{7}$$

где $a_i^{k_i}, b_i^{k_i}$ - соответственно левая и правая границы k_i-го кванта i-го параметра [5].

Диапазоны (6) образуют n-мерный гиперпараллелепипед B_x в декартовой системе координат значений внутренних параметров. В качестве этого параллелепипеда может выступать гиперпараллелпипед допусков B_d, образованный допустимыми значениями каждого параметра в отдельности, либо *описанным гиперпараллелепипедом* B_o, ограничивающий область допустимых значений совместной вариации внутренних параметров.

В результате квантования B_x образуется сетка (рис. 2), разбивающая область поиска на множество непересекающихся элементарных гиперпараллелепипедов. В геометрическом центре каждого из этих гиперпараллелепипедов задана точка-представитель с координатами (7), которые задают множество несовместных ситуаций дискретного изменения значений параметров в области, ограниченной B_x. В каждой такой точке-представителе вычисляются выходные значения параметров и проверяются УР (2). Преедполагается, что результаты расчета значений выходных параметров и проверки УР в точке представителе элементарного параллелепипеда распространяются на все его точки. Таким образом, множество элементарных параллелепипедов $\mathbb{B}_g$ разбивается на два непересекающихся подмножества $\mathbb{B}_x^g = \mathbb{B}_x^+ \cup \mathbb{B}_x^-$, при этом $\mathbb{B}_x^+ \cap \mathbb{B}_x^- = \oslash$, где $\mathbb{B}_x^+$ является представлением искомой ОР $\mathbb{D}_x$, которое будем называть *сеточным представлением области работоспособности* (СПОР). Элементарные параллелепипеды из множества $\mathbb{B}_x^g$ будем называть *элементами* или *ячейками* сетки.

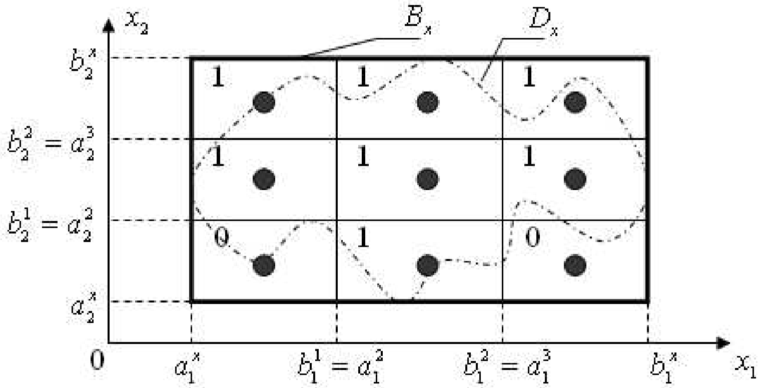


Рис. 2. Квантование области поиска и сеточное представление ОР в двумерном пространстве параметров

Для задания СПОР используются наборы данных двух типов:

- Геометрические параметры сетки;
- Данные о принадлежности каждого элемента сетки подмножеству $\mathbb{B}_x^+$ или $\mathbb{B}_x^-$;

Геометрические параметры сетки позволяют вычислить координаты границ любого ее элемента и координаты его точки-представителя, имея набор индексов $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$, а также можно вычислить индексы элемента сетки в котором находится некоторая точка с заданными координатами (внутри гиперпараллелепипеда B_x) $\vec{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)^T$. Геометрические параметры сетки задаются следующим набором данных:

- Размерность n пространства внутренних параметров;
- Диапазон (6) допустимых значений для каждого параметра;
- Количество квантов в разбиении диапазона значений каждого параметра;

Принадлежность элемента сетки с индексами $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ множеству $\mathbb{B}_x^+$ или $\mathbb{B}_x^-$ задается *массивом состояний* (МС) элементов сетки $S[R] = (s_1, s_2, \ldots, s_R)$, где R - количество элементов сетки:

$$R = \prod_{i=1}^{n} q_i, \tag{8}$$

а элементы МС принимают значения (для нормированного массива) $s_p \in \{0, 1\}$. Элемент s_p МС далее будет обозначаться как $S[p]$. Значение состояния $S[p] = 0$ означает принадлежность соответствующего элемента сетки подмножеству $\mathbb{B}_x^-$, а значение $S[p] = 0$ означает принадлежность соответствующего ему элемента сетки подмножеству $\mathbb{B}_x^+$. О соответствии каждому элементу сетки, заданному с помощью n индексов $(k_1,\ k_2,\ \ldots,\ k_n)$, единственного элемента $S[p]$ МС более подробно описано в работе [5].

1.3. Выбор параметров, оптимальных по критерию запаса работоспособности

Решение задачи поиска точек, оптимальных по критерию МЗР (4) в контексте СПОР заключается в поиске элементов сетки из подмножества $\mathbb{B}_x^+$, оптимальных по критерию (5), где в качестве единицы измерения используется элемент сетки.

Как было сказано, множество $\mathbb{B}_x^+$ состоит из элементов сетки, являющихся представлением ОР, т.е. элементарных параллелепипедов, во внутренних точках которых принимается выполнение УР (2). Будем обозначать элемент сетки, задаваемый индексами $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ как $e_{k_1,k_2,\ldots,k_n}$.

Алгоритм поиска оптимальных в смысле МЗР элементов $e_{k_1,k_2,\ldots,k_n} \in \mathbb{B}_x^+$ состоит в расчете минимального расстояния от каждого элемента сетки этого множества до границы каким-либо из известных методов, основу которых составляют построение некоторой симметричной фигуры $\mathbb{B}_c^r \subseteq \mathbb{B}_x^g$ с центром $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c} \in \mathbb{B}_x^+$ и «радиусом» r, увеличивающимся на каждой итерации до тех пор, пока эта фигура не выйдет за границу ОР. Критерием выхода фигуры за границу ОР является наличие в $\mathbb{B}_c^r$ хотя бы одного элемента сетки из подмножества $\mathbb{B}_x^-$ или выполнение

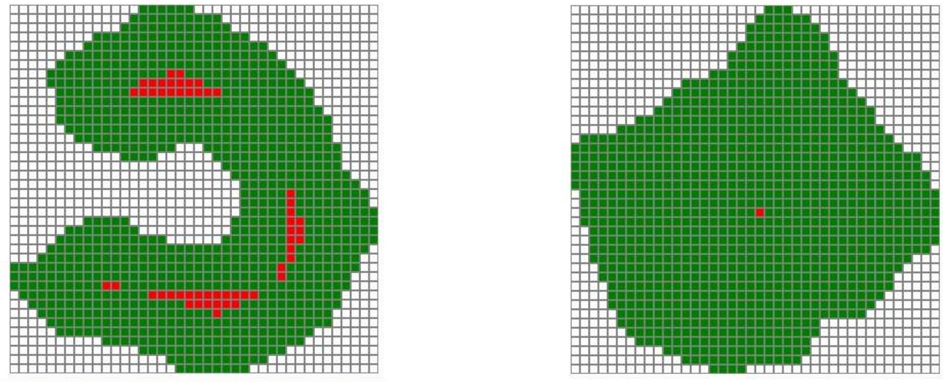
$$\mathbb{B}_c^r \cap \mathbb{B}_x^- \neq \varnothing. \tag{9}$$

Объем фигуры $\mathbb{B}_c^r$ зависит от положения центрального элемента $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c} \in \mathbb{B}_x^+$ и длины радиуса r: $V(e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c}, r)$. Из всех возможных фигур, построенных в $e_{k_1,k_2,\ldots,k_n}$, вписанной в СПОР будет фигура с минимальным радиусом, т.е.

$$v(e_{k_1,k_2,\ldots,k_n}) = \min_r V(e_{k_1,k_2,\ldots,k_n,r}).$$

Таким образом, *первый этап* решения задачи оптимизации состоит в поиске минимального расстояния от текущего элемента до границы СПОР, измеряемого в количестве элементов сетки. Результат этого этапа записывается в виде весового коэффициента элемента $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c}$ в МС:

$$S[p(k_1^c, k_2^c, \ldots, k_n^c)] = \arg\min_r V(e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c},\ r),\ \ r > 0.$$



а) б)

Рис. 3. Результат работы алгоритма выбора элементов СПОР, оптимальных по критерию МЗР в двумерном случае

Второй этап оптимизации заключается в поиске элементов, имеющих максимальный вес (расстояние до границы):

$$max_{\mathbb{B}_x^+} v(e_{k_1,k_2,\ldots,k_n}),$$

т.е. выполняется построение множества $\mathbb{B}_{opt}^r \subset \mathbb{B}_x^+$:

$$\mathbb{B}_{opt}^r = \{e^*_{k_1,k_2,\ldots,k_n} \in \mathbb{B}_x^+ \mid e^*_{k_1,k_2,\ldots,k_n} = \arg\max_{\mathbb{B}_x^+} v(e_{k_1,k_2,\ldots,k_n})\}. \qquad (10)$$

Таким образом, критерий МЗР выбора оптимальных элементов сетки будет выглядеть следующим образом:

$$\max_{e_{k_1,k_2,\ldots,k_n} \in \mathbb{B}_x^+} \min_r V(e_{k_1,k_2,\ldots,k_n}, r). \qquad (11)$$

Для итогового расчета значений параметров, оптимальных по критерию МЗР, необходимо выделить в множестве $\mathbb{B}_{opt}^r$ связные группы [6] элементов сетки и для каждой группы провести интерполяцию координат точек-представителей (7), например, методом вычисления ее центра тяжести. В данном случае важно иметь уверенность, что связные группы элементов сетки образуют собой выпуклые фигуры (рис. 3).

2. Алгоритм построения вписанного куба максимального объема в СПОР

В качестве вписываемой фигуры $\mathbb{B}_c^r$ предлагается использовать n-мерный гиперкуб, с центральным элементом $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c} \in \mathbb{B}_x^+$ и длиной ребра $2 \cdot r + 1$. Величину r будем называть «радиусом», при этом $r > 0$. Куб состоит из элементов, индексы которых составляют все возможные комбинации из диапазонов (рис. 4):

$$k_i = k_i^c - r, \ldots, k_i^c + r, \ i = 1, 2, \ldots, n, \ r \in \mathbb{N}, \tag{12}$$

при этом множество $\mathbb{B}_c^r$ состоит из элементов сетки, удовлетворяющих (12)

$$\mathbb{B}_c^r = \{e_{k_1,k_2,\ldots,k_n} \in \mathbb{B}_x^+ \mid k_i = k_i^c - r, \ldots, k_i^c + r, \ i = 1, 2, \ldots, n\}, r \in \mathbb{N}. \tag{13}$$

Основными параметрами, которыми задается куб, являются индексы цен-

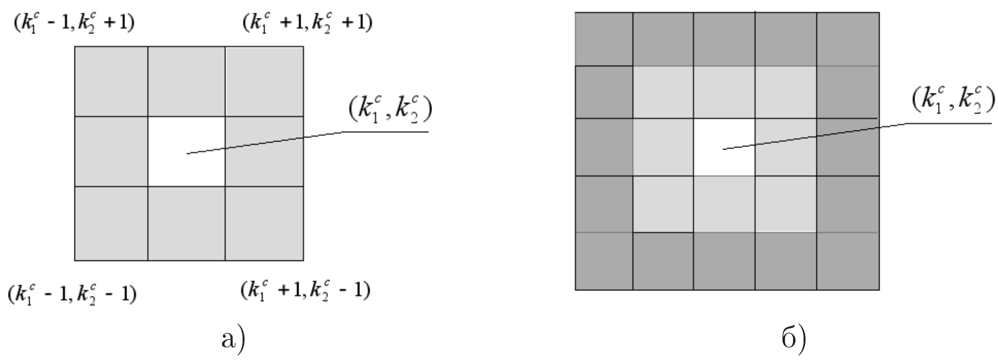


Рис. 4. Двумерные кубы, составленные из элементов сетки, симметричные относительно центрального элемента

трального элемента $k_i^c, \ i = 1, 2, \ldots, n$ и «радиус» r.

Суть алгоритма построения вписанного в СПОР куба состоит в проверке состояний элементов сетки, индексы которых удовлетворяют (12) для заданного элемента $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c} \in \mathbb{B}_x^+$ и «радиуса» r с последовательным инкрементом последнего в случае успешного построения вписанного куба. Построение считается неуспешным, если выполнено условие (9) выхода куба из СПОР или значения индексов k_i какого-либо из элементов куба вышли за допустимые интервалы значений индексов квантов (7).

Состоянию $S[p(k_1^c, k_2^c, \ldots, k_n^c)]$ элемента $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c}$ присваивается значение «радиуса» r последнего (максимального) успешно построенного куба. Важно также отметить условие $r > 0$, указывающее, что в случае неудачного построения куба в $e_{k_1^c,k_2^c,\ldots,k_n^c}$ с начальным «радиусом» $r = 1$, состояние этого элемента не должно меняться на «0», т.к. это приведет к изменению признака принадлежности подмножеству $\mathbb{B}_x^+$, т.е. состоянию центрального элемента присваивается вес только больше нуля.

Алгоритм проверки элементов сетки внутри куба (13) на каждой итерации инкремента «радиуса» r состоит в обходе только элементов внешней границы (на рис. 4.б закрашены различными цветами), поскольку нет необходимости повторно обходить элементы куба с «радиусом» $r-1$, состояния которых были проверены на предыдущей итерации.

Основной частью обхода граничных элементов куба является перебор элементов сечения куба по граничным значениям одного из индексов. Для этого необходимо зафиксировать один из n индексов k_j в значении сначала левой границы $k_j = k_j^c - r$, затем – в значении правой границы $k_j = k_j^c - r$. После фиксации j-го индекса в каждой из граничных значений, необходимо выполнить обход элементов сетки в сечении по k_j, т.е. выполнить перебор всех возможных комбинаций остальных $n-1$ *свободных индексов*:

$$k_i = k_i^c - r, k_i^c - r + 1, \ldots, k_i^c + r, \ \forall i \in \{\{1, 2, \ldots, n\} \setminus \{j\}\}.$$

Для перебора всех граничных элементов куба необходимо выполнить эту операцию для $j = 1, 2, \ldots, n$. В этом случае при каждом j возникнут ситуации повторного перебора элементов, являющихся общими для сечений. Для наглядности в двумерном случае индексами таких элементов будут $(k_i^c - r,\ k_i^c - r), (k_i^c - r,\ k_i^c + r), (k_i^c + r,\ k_i^c - r), k_i^c + r,\ k_i^c + r$ (рис. 4).

Для устранения повторных обходов предлагается исключить граничные значения индексов, которые были проверены для сечений по k_i при $i < j$. Таким образом при переборе свободных индексов сечения по kj следует учитывать диапазоны $k_i = k_i^c - r + 1, \ldots, k_i^c + r - 1$ только для $i < j$, а для остальных $i > j$ – $k_i = k_i^c - r, \ldots, k_i^c + r$. Возвращаясь к примеру на рис. 4.а, рассмотрим это наглядно в двумерном случае при $r = 1$. Для обхода внешней границы фиксируем сначала индексы при $j = 1$. Сначала выполняется обход сечения куба по $k_1 = k_1^c - 1$, свободные индексы по k_2 последовательно генерируются в диапазоне от $k_2 = k_2^c - 1$ до $k_2^c + 1$. После перебора свободных индексов сечения по левой границе $k_1 = k_1^c - 1$, выполняется такой же перебор для правой границы $k_1 = k_1^c + 1$. Обход границ по оси $j = 1$ завершен. Далее выполняется аналогичный обход сечений по оси $j = 2$, но с учетом уже пройденных элементов. Рассматривается сечение по $k_2 = k_2^c - 1$. Согласно сказанному выше, для учета пройденных элементов сечений на предыдущей итерации, для перебора индексов по $i = 1$ необходимо использовать диапазон $k_1 = k_1^c - r + 1, \ldots, k_1^c + r - 1$, но поскольку в рассматриваемом примере $r = 1$, то остается только один $k_1 = k_1^c$. Аналогично для второго сечения по $k_2 = k$ из индексов по оси $i = 1$ будет доступен только $k_1 = k_1^c$. Коротко поясним алгоритм на примере рис. 4.б, с $r = 2$. Обход сечений по оси $j = 1$, очевидно, выполняется фиксацией индексов $k_1 = k_1^c - 2$ и $k_1 = k_1^c + 2$, свободные индексы по оси $i = 2, (i > j)$ последовательно перебираются в «полном» диапазоне. Сечения по оси $j = 2$ выполняются фиксацией индексов $k_2 = k_2^c - 2$ и $k_2 = k_2^c + 2$, но перебор свободных индексов по $i = 1, (i < j)$ выполняется в диапазоне от $k_1^c - 1$ до $k_1^c + 1$.

Для выполнения перебора всех комбинаций свободных индексов $k_i = 1, 2, \ldots, q_i,\ \ i \in \{\{1, 2, \ldots, n\} \setminus \{j\}\}$ используется алгоритм, который подробно не рассматривается в данной работе, но его принцип аналогичен переносу слагаемых в старшие разряды числа при его пошаговом увеличении на 1. Пусть заданы индексы $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$, значения каждого ограничены $1 \geq k_i \geq q_i,\ \ i = 1, 2, \ldots, n$. Определена *процедура инкремента* i-го индекса, которая в случае $k_i = q_i$ и $i < n$ рекурсивно вызывает себя с параметром $i + 1$

для инкремента индекса k_{i+1} и после этого сбрасывает индекс на начальное значение $k_i = 1$. Выполнение условия $k_i = q_i$ и $i = n$ рекурсивно сигнализирует, что дальнейший инкремент невозможен. Для генерации новой комбинации индексов $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ достаточно вызвать описанную процедуру инкремента для индекса k_1.

Словесное описание алгоритма обхода элементов куба приведем в более строгом виде как «Алгоритм 1», из которого вызываются процедуры, описанные алгоритмами «Алгоритм 2» и «Алгоритм 3». Общий алгоритм выбора оптимальных элементов сетки методом построения максимального вписанного куба описан алгоритмом «Алгоритм 4», который использует вызов процедуры, описанной алгоритмом 1.

Алгоритм 1. *Проверка граничных элементов куба с «радиусом» r*

- *Цикл по $j = 1$ до n*
  - $k_j = k_j^c - r$;
  - *Установка начальных значений свободных индексов (фикс. j);*
  - *Если успешный цикл обхода сечения по k_j, то*
    - *Результат проверки: построение куба не удалось;*
    - *Выход из процедуры;*
  - $k_j = k_j^c + r$;
  - *Установка начальных значений свободных индексов (фикс. j);*
  - *Если успешный цикл обхода сечения по k_j, то*
    - *Результат проверки: построение куба не удалось;*
    - *Выход из процедуры;*
- *Результат проверки: построение куба с «радиусом» r успешно.*

Алгоритм 2. *Установка начальных значений свободных индексов*

- *Цикл по $i = 1$ до n*
  - *Если $i < j$, то*
    - $k_i = k_i^c - r + 1$;
  - *Если $i > j$, то*
    - $k_i = k_i^c - r$;

Алгоритм 3. *Цикл обхода элементов сечения по k_j.*

- *Цикл пока возможна новая комбинация свободных индексов*
  - *Если $S[p(k_1, k_2, \ldots, k_n)] = 0$, то*
    - *Результат проверки: найден элемент из B_x^-;*
    - *Выход из процедуры;*
  - *Генерация новой комбинации свободных индексов;*
- *Результат проверки: все элементы из B_x^+;*

Алгоритм 4. *Построение вписанного куба максимального объема.*

- $r_{max} = 1$;
- *Цикл по всем элементам* $e_{k_1^c, k_2^c, \ldots, k_n^c} \in \mathbb{B}_x^+$
  - $r = 1$;
  - *Цикл пока можно построить куб с «радиусом»* r *(алг.1);*
    - *Инкремент* r: $r = r + 1$;
  - *Если* $r > 1$, *то*
    - *Установить вес элемента*$S[p(k_1^c, k_2^c, \ldots, k_n^c)] = r - 1$;
    - *Если* $r > r_{max}$, *то*
      - $r_{max} = r$;
- *Цикл от* $p = 1$ *до* R
  - *Если* $0 < S[p] < r_{max}$, *то*
    - $S[p] = 1$;

В результате выполнения алгоритма 4 состояния элементов сетки, которые являются центрами вписанного куба максимального объема, помечены маркером r_{max} (рис. 3). Вычисление значений параметров, оптимальных по критерию МРЗ (5) выполняется выделением связных множеств маркированных элементов в группы и вычислением центра тяжести каждой из них с использованием значений координат их точек-представителей (7).

3. Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта ДВО РАН № 10-III-B-03-035.

Список литературы

1. Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. М.: Наука, 1992.
2. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: Учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 336 с.: ил.
3. Абрамов О.В., Катуева Я.В. Назаров Д.А. Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности// Проблемы управления, №6, 2007, С 64 - 69.
4. Б.В. Васильев, Б.А. Козлов, Л.Г. Ткаченко Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. - М.: Советское радио, 1964.
5. Катуева Я.В., Назаров Д.А Аппроксимация и построение областей работоспособности в задаче параметрического синтеза// Международный симпозиум «Надежность и качество», Пенза: ПГУ, 2005, С. 130 - 134.
6. Катуева Я.В., Назаров Д.А. Алгоритмы анализа области работоспособности, заданной в матричной форме// Информатика и системы управления. № 2(10), 2005, С. 118 - 128